

Matematica III

Docenti: Francesca De Marchis e Giulio Galise
CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni,
CdL in Statistica, Economia e Società, CdL in Statistica Gestionale
A.A. 2022/2023

Esercitazione 5

Esercizio 1. Determinare i punti critici delle seguenti funzioni e studiarne la natura (massimi/minimi relativi, selle):

(a) $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$

(b) $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$

(c) $f(x, y) = (x - y^2)e^{-x}$

(d) $f(x, y) = 2x^2y + 2xy^2 - x^2y^2 - 4xy$

(e) $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$

(f) $f(x, y) = \cos(x + y) + \cos(x - y)$

(g) $f(x, y) = x^4 - 4x^2y + y^2$

(h) $f(x, y, z) = \sin(x) + y^2 - z^2$

Esercizio 2. Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti delle seguenti funzioni:

(a) $f(x, y) = 1 + y^3(x - \arctan(y))^2$

(b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4}$

(c) $f(x, y) = x|x|y$

(d) $f(x, y) = x^4 - 4x^2y + y^2$

Esercizio 3. Scrivere la formula di Taylor (2° ordine con resto di Peano) della funzione $f(x, y)$ centrata in (x_0, y_0) nei seguenti casi:

(a) $f(x, y) = \sin(xy) - \log(x^2)$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$

(b) $f(x, y) = e^{x^2} - x^2 - \cos y$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

Esercizio 4. Sia $f(x, y) = x^2 + y^2 + \sin y$. Verificare che l'equazione $f(x, y) = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione $y = \varphi(x)$ in un intorno di $(0, 0)$. Stabilire se $x = 0$ è un punto critico per φ ed in caso affermativo se è di massimo o minimo relativo.

Esercizio 5. Verificare che l'equazione

$$e^z - z^2 - x^3 - y^3 = 0$$

definisce implicitamente un'unica funzione $z = \varphi(x, y)$ in un intorno di $(1, 0, 0)$. Stabilire se la funzione reale di variabile reale $\psi(x) = \varphi(x, 0)$ è monotona in un intorno di $x = 1$.